令和４年度・個別学力検査

数　　学（理）

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験開始後，すべての解答用紙の氏名欄，受験番号欄に氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点できないことがあります。また，氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字，数字などは，絶対に記入してはいけません。
3. 答案は解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
5. 試験終了後，問題冊子および下書用紙は持ち帰りなさい。

答案ではことわりがない限り求める手順をわかりやすく説明しなさい。

令和４年度個別学力検査
総合生命理学部　後期日程
数　学　問　題
名古屋市立大学　学生課入試係　052-853-8020

1. $f(x) = 2\sqrt{3}\,x + \sin \pi x$ とする。直線 $\ell : y = 2\sqrt{3}\,x$ と曲線 $C : y = f(x)$ および楕円 $D : 4x^2 + y^2 = 16$ について, 次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ と楕円 D の共有点の座標を求めよ。

(2) 直線 ℓ と曲線 C の共有点の座標を求めよ。

(3) 関数 $f(x)$ は常に単調に増加することを示せ。必要ならば, $3 < \pi < 3.2$ であることを用いてもよい。

(4) 次の連立不等式の表す領域の面積を求めよ。

$$\begin{cases} y \geqq 2\sqrt{3}\,x \\ y \leqq 2\sqrt{3}\,x + \sin \pi x \\ 4x^2 + y^2 \leqq 16 \end{cases}$$

(5) 次の連立不等式の表す領域の面積を求めよ。

$$\begin{cases} x \geqq 0 \\ y \geqq 2\sqrt{3}\,x + \sin \pi x \\ 4x^2 + y^2 \leqq 16 \end{cases}$$

2. 実数 t が $0 < t < 1$ を満たすとする。△OAB において辺 OA 上で $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = t\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ となる点を P, 辺 OB 上で $\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = t^2\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ となる点を Q, 辺 AB 上で $\overrightarrow{\mathrm{AR}} = t^2\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ となる点を R とする。また, 線分 QR の中点を M とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$, △OAB の面積を S とするとき, 次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ を t, $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) △APR の面積を t, S を用いて表せ。

(3) △PQM の面積が最大になるときの t の値を求めよ。また, そのときの △PQM の面積を S を用いて表せ。

3. 座標平面上で, x 座標の値と y 座標の値がともに整数である点 $(x,\ y)$ を格子点という。格子点 $(x,\ y)$ に対し, 座標が $(x,\ y+1)$, $(x,\ y-1)$, $(x-1,\ y)$, $(x+1,\ y)$ である点を, それぞれ上, 下, 左, 右の隣接格子点という。座標平面上で, 点Pが1回につき上下左右いずれかの隣接格子点に移動する。点Pは以下の手順に従って移動を繰り返すものとする。

$\langle a\rangle$ はじめに点Pは原点 $(0,\ 0)$ にあり, $k=1$ とする。

$\langle b\rangle$ 右に k 回移動する。

$\langle c\rangle$ 上に $2k$ 回移動する。

$\langle d\rangle$ 左に k 回移動する。

$\langle e\rangle$ 下に k 回移動する。

$\langle f\rangle$ k を1増やし, $\langle b\rangle$ に戻って, $\langle b\rangle$〜$\langle f\rangle$ を繰り返す。

全部で n 回移動したときの点Pの座標を $(x_n,\ y_n)$ で表す。例えば,

$$(x_1,\ y_1)=(1,\ 0),\quad (x_2,\ y_2)=(1,\ 1),\quad (x_3,\ y_3)=(1,\ 2),\quad (x_4,\ y_4)=(0,\ 2),$$
$$(x_5,\ y_5)=(0,\ 1),\quad (x_6,\ y_6)=(1,\ 1),\quad (x_7,\ y_7)=(2,\ 1),\quad (x_8,\ y_8)=(2,\ 2),\quad \cdots\cdots$$

である。また, 数列 $\{a_n\}$ を $a_n=x_n+y_n$ と定義する。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 点Pが100回目に移動するときの k の値を求めよ。

(2) a_{2022} を求めよ。

(3) $a_n \geqq 5000$ を満たす n の最小値を求めよ。

4. 1 から 10 までの異なる番号が書かれているカードが 1 枚ずつ計 10 枚袋に入っている。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 「袋からカードを 1 枚取り出して書かれている番号を記録し, そのカードを袋に戻さない」という試行を 4 回繰り返す。記録された 4 つの番号の最小値が偶数である確率を求めよ。

(2) 「袋からカードを 1 枚取り出して書かれている番号を記録し, そのカードを袋に戻す」という試行を 4 回繰り返す。記録された 4 つの番号がすべて異なり, かつそれらの最小値が偶数である確率を求めよ。